

Sudoku-Anleitung

Inhalt:

Was ist ein Sudoku?	1
Die Basismethode (auch Full House genannt)	2
Kandidatenschreibweise.....	2
Muss es die Kandidatenschreibweise sein?.....	3
Die Methode der Singles	4
Die Methode der versteckten Singles (Hidden Singles)	4
Die Methode der Locked Candidates (1).....	5
Die zweite Methode der Locked Candidates (2)	6
Die Methode der direkten Twins.....	6
Die Methode der direkten Tripel	7
Die erweiterte Methode der direkten Tripel	7
Die Methode der versteckten Twins	8
Die Methode der versteckten Tripel und Quads	8
Der Schwertfisch (Swordfish oder 3-fish)	9
Die Qualle (Jellyfish oder 4-fish).....	9
Der X-Wing (oder 2-fish).....	10
Die Backtracking-Methode	10
Elegante Methode: Scannen	11
Elegante Methode: Auszählen.....	12
Elegante Methode: Zweier-Kombination	12
Im Internet ausprobieren	13

Was ist ein Sudoku?

			1			2	9	
	3	4	2	9				
	2			6	8	4	5	
4	6		7	5	3			
2	5						6	3
			4	2	5			
3	4		6		1	8		
7		6	5	2	1	9	3	4
			3		6	5	7	

Ein Sudoku ist ein quadratisches Raster aus 9 Zeilen und Spalten, das zusätzlich in 9 Blöcke zu je 3 mal 3 Feldern aufgeteilt ist.

In einige Felder sind bereits Zahlen eingetragen.

In die Leerfelder sind die Zahlen 1 bis 9 so einzutragen, dass folgende drei Bedingungen erfüllt sind:

- (1.) In jeder Zeile muss jede Zahl 1 bis 9 genau einmal vorkommen.
- (2.) In jeder Spalte muss jede Zahl 1 bis 9 genau einmal vorkommen.
- (3.) In jedem 3x3-Block muss jede Zahl 1 bis 9 genau einmal vorkommen.

Als Oberbegriff für Zeile, Spalte und Block ist das Wort **Haus** üblich.

Die drei Bedingungen können somit zu einer einzigen Bedingung zusammengefasst werden:

In jedem Haus muss jede Zahl 1 bis 9 genau einmal vorkommen.

Jedes Sudoku hat nur eine einzige Lösung.

		1						

Natürlich könnte es Sudokus geben, die mehrere mögliche Lösungen haben. Das links abgebildete Sudoku hätte beispielsweise extrem viele verschiedene Lösungen. Solche Sudokus sind aber nicht zulässig. Der Autor eines Sudokus muss sicherstellen, dass es nur eine einzige Lösung gibt. Mit dem Computer lässt sich das eindeutig feststellen.

Zum Lösen von Sudokus gibt es eine Reihe von bewährten Methoden.

Die Basismethode (auch Full House genannt)

Darauf kommt jeder Anfänger:

Wenn eine Zeile nur noch ein einziges freies Feld hat, dann weiß man sofort, welche Zahl dort endgültig eingetragen werden kann.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1				1			2	9	
2		8	4	2	9				
3			2			6	3	4	5
4	4	6		7	5	8			
5	2	5						6	8
6					4	2	5		
7	8	4			6		1	3	
8	7		6	5	2	1	9	8	4
9				8			6	5	7

Beispiel: In diesem Sudoku ist in Zeile 8 nur noch ein einziges Feld leer: **Feld b8**.

Hier kann die **Lösungszahl 3** direkt eingetragen werden.

Die Basismethode wendet man nicht nur auf Zeilen an, sondern auch auf Spalten und Blöcke.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1				1			2	9	
2		8	4	2	9				
3			2			6	3	4	5
4	4	6		7	5	8			
5	2	5						6	8
6					4	2	5		
7	8	4			6		1	3	
8	7		6	5	2	1	9	8	4
9				8			6	5	7

Beispiel: Im selben Sudoku ist im letzten Block (rechts unten) nur noch ein einziges Feld leer: **Feld i7**.

Hier kann die **Lösungszahl 2** direkt eingetragen werden.

Es ist egal, ob man zuerst die Zeilen und Spalten ansieht und danach die Blöcke, oder umgekehrt. Man muss jedenfalls alle 27 Häuser (9 Zeilen, 9 Spalten, 9 Blöcke) der Reihe nach absuchen.

Kandidatenschreibweise

Wenn man mit der Basismethode keine neuen Lösungszahlen mehr findet, wechselt man normalerweise in die Kandidatenschreibweise:

Man bewaffnet sich mit Bleistift und Radiergummi und trägt in jedes freie Feld ganz klein alle Zahlen ein, die dort hineinpassen würden.

Wenn man Pech hat, sind das alle Zahlen 1 bis 9, aber normalerweise kann man für ein Feld einige Zahlen von vornherein als Kandidaten ausschließen, weil sie bereits in derselben Zeile, derselben Spalte oder im selben Block vorkommen.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1									
2				8	9	3	7	1	5
3				1	6	2	3	9	4
4	2	1		7	9	4	5		
5	7	6	5		4	2		1	
6	8	5	3	2			6	7	
7	6	9	4	1			7	3	
8	3	8	2		6	1		9	
9	1	4		3	7	6	8		

Beispiel: In diesem Sudoku hat man beim **Feld a1** Pech: Sowohl die Zeile 1 als auch die Spalte a als auch der erste Block (oben links) sind komplett leer. In Feld a1 muss man deshalb tatsächlich alle neun Zahlen als Kandidaten eintragen.

Aber für die anderen Felder sieht es besser aus: Bei **Feld b1** können alle 6 Zahlen aus Spalte b ausgeschlossen werden. Übrig bleiben für Feld b1 also nur die Kandidaten 4, 5 und 9.

Bei **Feld e1** kommen die Zahlen 1, 2, 3, 6, 7 und 9 bereits in der Spalte e vor, und der zweite Block (Mitte oben) enthält bereits die Zahlen 1, 2, 3, 6, 8 und 9. Übrig bleiben für Feld e1 nur 4 und 5.

Die Kandidatenschreibweise dieses Sudokus sieht dann so aus:

Ziel der Kandidatenschreibweise ist es, später mit verschiedenen Methoden immer wieder einzelne Kandidaten aus einzelnen Feldern zu eliminieren (ausradieren oder mit Bleistift durchstreichen), bis man wieder eine Lösungszahl endgültig eintragen kann, weil z. B. in einem Feld nur noch ein einziger Kandidat übrig ist.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	4 5 9	7	1	4 5	5	8	4 5	2	6
2	4		2	8 9 3	7 1 5				
3	5		1 6 2	3 9 4					
4	2 1		7 9	4 5					
5	7 6	5	4	2	1				
6	8 5	3 2		6 7					
7	6 9	4 1		7 3					
8	3 8	2	6 1	9					
9	1 4		3 7	6 8					

Im Beispiel ist das bereits bei vielen Feldern der Fall, sodass man z. B. in **Feld d1** die **Lösungszahl 7** direkt eintragen kann.

Weil diese winzigen Zahlen schlecht lesbar sind, schreibt man sie üblicherweise immer an dieselben Stellen, z. B. die 1 immer links oben und die 9 immer rechts unten. Somit braucht man eigentlich gar keine Zahlen mehr zu notieren, sondern es reichen auch Punkte, die man dann später durchstreichen kann. Die folgenden Bilder zeigen, wie das obige Beispiel in der Punktschreibweise aussehen würde, und wie es sich

nach weiteren Schritten verändert:

•••••	••	••	•	•	•	•	•	•	•
•••	•		8 9 3	7 1 5					
••	•		1 6 2	3 9 4					
•	2 1		7 9	4 5					
•	7 6	5	4	2	1				
•	8 5	3 2		6 7					
•	6 9	4 1		7 3					
•	3 8	2	6 1	9					
•	1 4		3 7	6 8					

///	///	///	7	5	8	2	///	///	///
///	4 2	8 9 3	7 1 5						
///	5 7	1 6 2	3 9 4						
3	2 1	6 7 9	4 5 8						
///	7 6	5 8 4	2 3 1						
///	8 5	3 2 1	9 6 7						
///	6 9	4 1	5 7 3						
///	3 8	2 5 6	1 4 9						
///	1 4	9 3 7	6 8 2						

///	9 3	7 4 5 8 2 6	///	///	///	///	///	///	///
6	4 2	8 9 3 7 1 5							
8	5 7	1 6 2 3 9 4							
3	2 1	6 7 9 4 5 8							
9	7 6	5 8 4 2 3 1							
4	8 5	3 2 1 9 6 7							
2	6 9	4 1 8 5 7 3							
7	3 8	2 5 6 1 4 9							
5	1 4	9 3 7 6 8 2							

Muss es die Kandidatenschreibweise sein?

Viele Sudoku-Neulinge tun sich schwer mit der Kandidatenschreibweise.

Es ist ja auch uncool, hier mit Bleistift und Radiergummi hantieren zu müssen, und zum Schluss aus einem ramponierten, fleckigen Papier die Lösung herauszuarbeiten.

Viel eleganter wäre doch, die Lösungszahlen auch ohne diese Krücke zu ermitteln und direkt mit dem Kugelschreiber eintragen zu können!

Ja, bei den meisten Sudokus der Schwierigkeitsgrade "Einfach" und "Mittel" kann man das, beispielsweise mit den Methoden "Auszählen" und "Scannen". Es ist aber schwieriger und dauert erheblich länger als mit der Kandidatenschreibweise. Das Sprichwort "Wer schön sein will, muss leiden" gilt also auch fürs Sudoku-Lösen.

Man wird also meist mit der Basismethode beginnen und dann in den sauren Apfel der Kandidatenschreibweise beißen, wobei man einzelne Kandidaten wie oben Feld d1 gar nicht erst in Kandidatenschreibweise, sondern gleich in großer Schrift als Lösungszahl einträgt.

Die Spezial-Methoden ohne Kandidatenschreibweise wie "Scannen" und "Auszählen" braucht man deshalb auch nur, wenn man sich das Ziel setzt, ein Sudoku so weit wie irgend möglich ohne Kandidaten zu lösen. Diese Methoden werden deshalb erst später erklärt.

Die Methode der Singles

Diese Methode wird auch als "Direkte Singles", "Einzelne Kandidaten" oder "Nackte Einer" bezeichnet. Die meisten Sudoku-Methoden sind unter mehreren Namen bekannt.

Die Methode der Singles ist die trivialste Methode zur Kandidaten-Eliminierung und wird dennoch oft nicht richtig benutzt. Sie lautet: **Wenn ein Feld nur noch einen einzigen Kandidaten hat, dann ist er die Lösungszahl für dieses Feld.**

Zusätzlich (und das wird oft vergessen) kann diese Zahl aus allen anderen Feldern der Zeile, der Spalte und des Blocks aus der Kandidatenmenge gestrichen werden. Beispiel:

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	4	5	9	7	1	4	5	5	8
2	4	2	6	4	2	8	9	3	7
3	7	5	1	5	1	6	2	3	9
4	3	2	1	6	7	9	4	5	8
5	3	7	6	5	8	4	2	3	1
6	4	8	5	3	2	1	6	7	9
7	5	6	9	4	1	5	7	3	8
8	1	5	3	8	2	5	6	1	4
9	2	1	4	9	3	7	6	8	2

→

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	4	5	9	7	1	4	5	5	8
2	4	2	6	4	2	8	9	3	7
3	7	5	1	5	1	6	2	3	9
4	3	2	1	6	7	9	4	5	8
5	3	7	6	5	8	4	2	3	1
6	4	8	5	3	2	1	6	7	9
7	5	6	9	4	1	5	7	3	8
8	1	5	3	8	2	5	6	1	4
9	2	1	4	9	3	7	6	8	2

Die Methode der versteckten Singles (Hidden Singles)

Wenn eine Zahl nur in einem einzigen Feld eines Hauses zur Kandidatenmenge gehört, dann kann sie diesem Feld zugewiesen werden.

Zusätzlich kann diese Zahl in allen anderen Feldern der Zeile, der Spalte und des Blocks aus den Kandidatenmengen gestrichen werden.

Beispiel 1: Im mittleren, rot umrandeten Block ist der Kandidat 3 nur in einem Feld (e5) vorhanden:

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	6	9	5	2	4	1	3	2	7
2	7	2	1	3	5	9	4	2	6
3	3	4	2	6	2	7	1	5	9
4	9	2	7	4	1	2	6	3	8
5	1	4	5	6	4	2	8	1	5
6	1	4	5	3	4	2	6	1	5
7	4	2	1	6	7	8	9	4	5
8	8	5	9	1	3	4	2	1	6
9	4	2	7	3	1	2	6	8	4

→

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	6	9	5	2	4	1	3	2	7
2	7	2	1	3	5	9	4	2	6
3	3	4	2	6	2	7	1	5	9
4	9	2	7	4	1	2	6	3	8
5	1	4	5	6	4	2	3	8	1
6	1	4	5	3	4	2	6	1	5
7	4	2	1	6	7	8	9	4	5
8	8	5	9	1	3	4	2	1	6
9	4	2	7	3	1	2	6	8	4

Beispiel 2: In der letzten Spalte ist der Kandidat 8 nur in einem Feld (i4) vorhanden. Er kann also zugewiesen, aber auch aus der Zeile und dem Block eliminiert werden.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	6	9	5	4	1	3	2	7	7
2	7	1	3	5	9	4	2	6	6
3	3	4	6	7	1	5	9	1	5
4	9	7	4	1	6	3	8	2	8
5	6	9	3	8	7	1	4	1	4
6	3	7	6	2	1	5	1	2	9
7	1	6	2	3	9	7	4	5	3
8	8	5	9	1	7	4	2	6	3
9	7	3	9	6	8	1	4	1	4

→

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	6	9	5	4	1	3	2	7	7
2	7	1	3	5	9	4	2	6	6
3	3	4	6	7	1	5	9	1	5
4	9	8	7	4	1	6	3	2	8
5	6	9	3	8	7	1	4	1	4
6	3	7	6	2	1	5	1	2	9
7	1	6	2	3	9	7	4	5	3
8	8	5	9	1	7	4	2	6	3
9	7	3	9	6	8	1	4	1	4

Die Methode der Locked Candidates (1)

Ist ein Kandidat in einem Block auf eine Zeile oder Spalte beschränkt, dann kann er in den anderen Feldern dieser Zeile oder Spalte gestrichen werden.

Beispiel: Im rot umrandeten Block links unten kommt der Kandidat 2 nur in der **Spalte a** vor. Die 2 muss also zwangsläufig bei a7 oder a9 stehen. In Spalte a darf die 2 aber nur einmal stehen, deswegen kann sie im Rest der Spalte a nicht mehr vorkommen und kann deshalb gestrichen werden:

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	6	9	5	4	1	3	2	7	7
2	7	1	3	5	9	4	2	6	6
3	4	6	7	1	5	9	1	2	2
4	9	7	4	1	6	3	8	2	8
5	6	9	3	8	7	1	4	1	4
6	3	7	6	2	1	5	1	2	9
7	2	1	6	2	3	9	7	4	5
8	8	5	9	1	7	4	2	6	3
9	2	7	3	9	6	8	1	4	1

→

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	6	9	5	4	1	3	2	7	7
2	7	1	3	5	9	4	2	6	6
3	4	6	7	1	5	9	1	2	2
4	9	7	4	1	6	3	8	2	8
5	6	9	3	8	7	1	4	1	4
6	3	7	6	2	1	5	1	2	9
7	2	1	6	2	3	9	7	4	5
8	8	5	9	1	7	4	2	6	3
9	2	7	3	9	6	8	1	4	1

Die zweite Methode der Locked Candidates (2)

Ist ein Kandidat in einer Zeile oder Spalte auf einen Block beschränkt, dann kann er in den anderen Feldern dieses Blocks gestrichen werden.

Beispiel: In der rot umrandeten Zeile 2 kommt der Kandidat 7 nur im **Block links oben** vor. Die 7 muss also zwangsläufig bei b2 oder c2 stehen. Im Block links oben darf die 7 aber nur einmal stehen, deswegen kann sie im Rest dieses Blocks nicht mehr vorkommen und kann deshalb bei b3 gestrichen werden:

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	3	1	8	2	2	5	4	2	6
2	4	5	4	6	3	8	1		
3	4	4	6	8	5	3			
4	8	6	4	9	5	2	1	3	7
5	1	2	3	4	7	6	9	5	8
6	7	9	5	3	1	8	2	6	4
7	4	3	5	7	8				
8	4	4	12	12	4	7	3		5
9	1	5	2	2	3	9	6	4	1



	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	3	1	8	2	2	5	4	2	6
2	4	5	4	6	3	8	1		
3	4	4	6	8	5	3			
4	8	6	4	9	5	2	1	3	7
5	1	2	3	4	7	6	9	5	8
6	7	9	5	3	1	8	2	6	4
7	4	3	5	7	8				
8	4	4	12	12	4	7	3		5
9	1	5	2	2	3	9	6	4	1

Die Methode der direkten Twins

Wenn für 2 Felder, die im selben Haus liegen, nur noch dieselben 2 Zahlen möglich sind, können beide Zahlen aus den Kandidatenmengen der anderen Felder des Hauses gestrichen werden.

Beispiel: Im rot umrandeten Block rechts oben betrifft das in den zwei oberen Feldern die Zahlen 2 und 8. Trägt man in das erste Feld die 2 ein, dann muss man in das zweite Feld die 8 eintragen und umgekehrt. In jedem Fall sind 2 und 8 danach verbraucht und können nicht mehr irgendwo sonst in diesem Block vorkommen. Deshalb kann man sie aus dem Feld i3 eliminieren:

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	6	9	5	4	1	3	2	7	
2	7	1	3	5	9	4	2	6	
3	3	4	6	7	1	9			
4	9	7	4	1	6	3			
5	1	6	9	3	8	7			
6	1	3	7	6		1			9
7	4	1	6	3	9	7			
8	8	5	9	1	7	4	2	6	3
9	4	7	3	9	6	8			



	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	6	9	5	4	1	3	2	7	
2	7	1	3	5	9	4	2	6	
3	3	4	6	7	1	9			
4	9	7	4	1	6	3			
5	1	6	9	3	8	7			
6	1	3	7	6		1			9
7	4	1	6	3	9	7			
8	8	5	9	1	7	4	2	6	3
9	4	7	3	9	6	8			

Die Methode der direkten Tripel

Diese Methode wird auch die Methode der "nackten Tripel" genannt und ist eine Erweiterung der direkten Twins:

Wenn für 3 Felder, die im selben Haus liegen, nur noch dieselben 3 Zahlen möglich sind, können alle 3 Zahlen aus den anderen Feldern des Hauses gestrichen werden.

Beispiel: Im rot umrandeten Block Mitte oben betrifft das in den drei Feldern e1, d3 und e3 die Zahlen 1, 2 und 6. Die Zahlen 1, 2 und 6 sind danach verbraucht und können nicht mehr irgendwo sonst in diesem Block vorkommen. Deshalb kann man sie aus den Feldern d1, f1, d2, e2, f2 und f3 eliminieren:

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	3	9	4	6	1	2	7	12	12
2	12	12	4	8	12	123	123	6	5
3	5	12	6	7	1	2	3	4	9
4	2	4	9	3	8	12	5	12	6
5	6	2	1	5	4	9	8	3	
6	8	5	3	12	12	12	4	12	12
7	9	6	56	8	2	6	1	3	4
8	1	1	3	2	9	4	8	6	5
9	4	1	3	56	1	56	2	9	7

→

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	3	9	4	6	1	2	7	12	12
2	12	12	4	8	1	2	3	6	5
3	5	12	6	7	1	2	3	4	9
4	2	4	9	3	8	12	5	12	6
5	6	2	1	5	4	9	8	3	
6	8	5	3	12	12	12	4	12	12
7	9	6	56	8	2	6	1	3	4
8	1	1	3	2	9	4	8	6	5
9	4	1	3	56	1	56	2	9	7

Man könnte die Methode auf bis zu 7 Felder erweitern, aber dies kommt praktisch kaum vor.

Die erweiterte Methode der direkten Tripel

Wenn die Vereinigung der Kandidatenmengen von 3 Feldern eines Hauses genau 3 Zahlen enthält, können alle 3 Zahlen aus den anderen Feldern des Hauses gestrichen werden.

Beispiel: In der rot umrandeten Spalte b betrifft das in den 3 Feldern b2, b4 und b5 die Zahlen 3, 6 und 9. Die Zahlen 3, 6 und 9 sind danach verbraucht und können nicht mehr irgendwo sonst in dieser Spalte vorkommen. Deshalb kann man sie aus dem Feld b1 eliminieren:

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	1	6	1	5	2	9	4	3	8
2	23	3	2	5	1	7	8	6	4
3	4	8	3	5	6	1	2	9	7
4	2	6	4	8	3	7	5	1	2
5	23	6	2	4	1	5	7	2	2
6	5	1	1	6	2	9	8	3	4
7	9	5	3	7	8	2	4	1	6
8	1	2	6	5	4	3	9	7	8
9	18	4	18	9	6	1	2	5	3

→

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	1	6	1	5	2	9	4	3	8
2	23	3	2	5	1	7	8	6	4
3	4	8	3	5	6	1	2	9	7
4	2	6	4	8	3	7	5	1	2
5	23	6	2	4	1	5	7	2	2
6	5	1	1	6	2	9	8	3	4
7	9	5	3	7	8	2	4	1	6
8	1	2	6	5	4	3	9	7	8
9	18	4	18	9	6	1	2	5	3

Auch diese Methode kann theoretisch auf bis zu 7 Felder aufgebohrt werden.

Die Methode der versteckten Twins

Wenn in einem Haus 2 Kandidaten nur in insgesamt 2 Feldern vorkommen, dann können aus diesen 2 Feldern alle anderen Kandidaten gestrichen werden.

Beispiel: In der rot umrandeten Spalte i betrifft das die Zahlen 1 und 9 in den zwei Feldern i5 und i7. In diesen zwei Feldern (i5 und i7) können alle anderen Zahlen gestrichen werden, also die 6 im Feld i5:

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	56	4	9	1	3	2	7	6	786
2	56	8	1	4	7	9	23	523	2
3	3	2	7	6	8	5	9	1	4
4	4 ²	9	6	3	5	1	8	4 ² 3	2
5	1 ⁴	7	5	3	2	8	1 ⁴ 3	4 ³ 9	6
6	1 ²	3	8	1	4	6	1 ² 2	2	5
7	8	5	3	2	6	7	1 ⁴ 4	9	8
8	7	1	2	8	9	4	5	6	3
9	9	6	4	5	1	3	2	2	2

➔

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	56	4	9	1	3	2	7	6	786
2	56	8	1	4	7	9	23	523	2
3	3	2	7	6	8	5	9	1	4
4	4 ²	9	6	3	5	1	8	4 ² 3	2
5	1 ⁴	7	5	3	2	8	1 ⁴ 3	4 ³ 9	9
6	1 ²	3	8	1	4	6	1 ² 2	2	5
7	8	5	3	2	6	7	1 ⁴ 4	9	9
8	7	1	2	8	9	4	5	6	3
9	9	6	4	5	1	3	2	2	2

Die Methode der versteckten Tripel und Quads

Diese Methoden sind aus der Versteckte-Twins-Methode abgeleitet:

Methode der versteckten Tripel: **Wenn in einem Haus 3 Kandidaten nur in insgesamt 3 Feldern vorkommen, dann können aus diesen 3 Feldern alle anderen Kandidaten gestrichen werden.** Dabei müssen nicht alle drei Zahlen in allen drei Feldern vorkommen, sondern entscheidend ist, dass sie in keinem weiteren Feld vorkommen.

Methode der versteckten Quads: **Wenn in einem Haus 4 Kandidaten nur in insgesamt 4 Feldern vorkommen, dann können aus diesen 4 Feldern alle anderen Kandidaten gestrichen werden.** Auch hier müssen nicht alle vier Zahlen in allen vier Feldern vorkommen, sondern entscheidend ist, dass sie in keinem weiteren Feld vorkommen.

Beispiel: In der rot umrandeten Spalte i betrifft das die Zahlen 2, 4, 5 und 9 in den vier Feldern i1, i2, i3 und i8. In diesen vier Feldern können alle anderen Zahlen gestrichen werden:

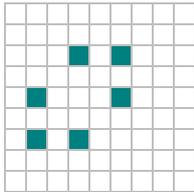
	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	56	3	2	4 ²	45	7	2	6	1
2	56	1256	8	4	9	1	7	23	523
3	4	125	12	6	153	8	23	5	3
4	13	12	123	5	7	6	9	4	13
5	16	14	6	9	8	3	5	2	16
6	753	56	3	1	2	4	78	8	78
7	2	7	6	4	3	5	1	9	5
8	13	14	13	7	14	3	9	23	523
9	13	9	5	3	1	2	4	7	8

➔

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	56	3	2	4 ²	45	7	2	6	1
2	56	1256	8	4	9	1	7	23	523
3	4	125	12	6	153	8	23	5	3
4	13	12	123	5	7	6	9	4	13
5	16	14	6	9	8	3	5	2	16
6	753	56	3	1	2	4	78	8	78
7	2	7	6	4	3	5	1	9	5
8	13	14	13	7	14	3	9	23	523
9	13	9	5	3	1	2	4	7	8

Auch diese Methoden können theoretisch auf bis zu 7 Felder aufgebohrt werden.

Der Schwertfisch (Swordfish oder 3-fish)



Wer den Swordfish beherrscht, gehört zur Elite der Sudoku-Fans.

Es gibt Sudokus, bei denen man mit den bisherigen Methoden an einem toten Punkt hängen bleibt. Hier kann der Schwertfisch eine Lösung sein.

Die Bezeichnung kommt von der Form der beteiligten Kästchen.

Hilft auch der Swordfish nicht, dann kennen die Cracks noch weitere Methoden, wie z. B. die Qualle. Den Schwertfisch gibt es in zwei Varianten. Variante 1 lautet:

Wenn es 3 Zeilen gibt, in denen 1 Kandidat auf maximal 3 Spalten verteilt ist, aber in jeder der 3 Zeilen vorkommt, dann kann der Kandidat aus allen anderen Zeilen der gefundenen Spalten gestrichen werden.

Beispiel: Der Kandidat 5 bildet in den Zeilen 3, 5 und 7 einen Swordfish. Die Spalten sind c, d und g. Also kann die 5 aus allen anderen Feldern der drei Spalten gelöscht werden.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	2 ₁ 6 ₁ 1 ₁ 2 ₁ 6 ₁	7 ₁ 9 ₁ 1 ₁ 2 ₁ 6 ₁	4 ₁ 5 ₁ 4 ₁ 2 ₁	8 ₁ 7 ₁ 5 ₁ 3 ₁					
2	5 ₂ 7 ₂ 8 ₂ 7 ₂ 8 ₂	1 ₂ 2 ₂ 3 ₂ 9 ₂ 6 ₂	1 ₂ 4 ₂ 4 ₂						
3	2 ₃ 3 ₃ 4 ₃ 2 ₃ 3 ₃	8 ₃ 1 ₃ 5 ₃ 6 ₃ 2 ₃							
4	9 ₄ 7 ₄ 5 ₄ 1 ₄ 5 ₄ 7 ₄ 8 ₄	4 ₄ 1 ₄ 2 ₄ 3 ₄ 2 ₄ 5 ₄ 5 ₄ 5 ₄ 6 ₄							
5	4 ₅ 3 ₅ 2 ₅ 5 ₅ 7 ₅ 9 ₅	6 ₅ 7 ₅ 9 ₅ 5 ₅ 1 ₅ 4 ₅ 8 ₅							
6	4 ₆ 3 ₆ 4 ₆ 3 ₆ 1 ₆ 6 ₆	8 ₆ 1 ₆ 2 ₆ 5 ₆ 2 ₆ 3 ₆ 4 ₆ 9 ₆ 7 ₆							
7	2 ₇ 7 ₇ 8 ₇ 9 ₇ 2 ₇ 8 ₇ 9 ₇	6 ₇ 7 ₇ 9 ₇ 2 ₇ 8 ₇ 9 ₇	3 ₇ 2 ₇ 4 ₇ 8 ₇ 5 ₇	4 ₇ 7 ₇ 8 ₇ 9 ₇ 1 ₇					
8	4 ₈ 2 ₈ 4 ₈ 8 ₈ 2 ₈ 8 ₈ 9 ₈	1 ₈ 7 ₈ 4 ₈ 2 ₈ 8 ₈ 9 ₈	6 ₈ 3 ₈ 5 ₈						
9	1 ₉ 4 ₉ 5 ₉ 9 ₉ 3 ₉ 6 ₉ 4 ₉ 5 ₉ 4 ₉ 8 ₉ 9 ₉	6 ₉ 4 ₉ 5 ₉ 4 ₉ 8 ₉ 7 ₉ 9 ₉	2 ₉ 8 ₉						

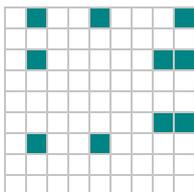
→

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	2 ₁ 6 ₁ 1 ₁ 2 ₁ 6 ₁	7 ₁ 9 ₁ 1 ₁ 2 ₁ 6 ₁	4 ₁ 5 ₁ 4 ₁ 2 ₁	8 ₁ 7 ₁ 5 ₁ 3 ₁					
2	5 ₂ 7 ₂ 8 ₂ 7 ₂ 8 ₂	1 ₂ 2 ₂ 3 ₂ 9 ₂ 6 ₂	1 ₂ 4 ₂ 4 ₂						
3	2 ₃ 3 ₃ 4 ₃ 2 ₃ 3 ₃	8 ₃ 1 ₃ 5 ₃ 6 ₃ 2 ₃							
4	9 ₄ 7 ₄ 5 ₄ 1 ₄ 5 ₄ 7 ₄ 8 ₄	4 ₄ 1 ₄ 2 ₄ 3 ₄ 2 ₄ 5 ₄ 5 ₄ 5 ₄ 6 ₄							
5	4 ₅ 3 ₅ 2 ₅ 5 ₅ 7 ₅ 9 ₅	6 ₅ 7 ₅ 9 ₅ 5 ₅ 1 ₅ 4 ₅ 8 ₅							
6	4 ₆ 3 ₆ 4 ₆ 3 ₆ 1 ₆ 6 ₆	8 ₆ 1 ₆ 2 ₆ 5 ₆ 2 ₆ 3 ₆ 4 ₆ 9 ₆ 7 ₆							
7	2 ₇ 7 ₇ 8 ₇ 9 ₇ 2 ₇ 8 ₇ 9 ₇	6 ₇ 7 ₇ 9 ₇ 2 ₇ 8 ₇ 9 ₇	3 ₇ 2 ₇ 4 ₇ 8 ₇ 5 ₇	4 ₇ 7 ₇ 8 ₇ 9 ₇ 1 ₇					
8	4 ₈ 2 ₈ 4 ₈ 8 ₈ 2 ₈ 8 ₈ 9 ₈	1 ₈ 7 ₈ 4 ₈ 2 ₈ 8 ₈ 9 ₈	6 ₈ 3 ₈ 5 ₈						
9	1 ₉ 4 ₉ 5 ₉ 9 ₉ 3 ₉ 6 ₉ 4 ₉ 5 ₉ 4 ₉ 8 ₉ 9 ₉	6 ₉ 4 ₉ 5 ₉ 4 ₉ 8 ₉ 7 ₉ 9 ₉	2 ₉ 8 ₉						

Variante 2 funktioniert genau wie Variante 1 mit Spalten und Zeilen vertauscht. Sie lautet also:

Wenn es 3 Spalten gibt, in denen 1 Kandidat auf maximal 3 Zeilen verteilt ist, aber in jeder der 3 Spalten vorkommt, dann kann der Kandidat aus allen anderen Spalten der gefundenen Zeilen gestrichen werden.

Die Qualle (Jellyfish oder 4-fish)



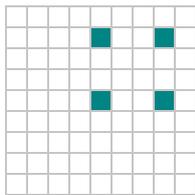
Ein Jellyfish ist ein Swordfish, der nicht drei, sondern vier Zeilen und Spalten belegt:

Wenn es 4 Zeilen gibt, in denen 1 Kandidat auf maximal 4 Spalten verteilt ist, aber in jeder der 4 Zeilen vorkommt, dann kann der Kandidat aus allen anderen Zeilen der gefundenen Spalten gestrichen werden.

Auch den Jellyfish gibt es in zwei Varianten wie beim Swordfish. Variante 2 lautet:

Wenn es 4 Spalten gibt, in denen 1 Kandidat auf maximal 4 Zeilen verteilt ist, aber in jeder der 4 Spalten vorkommt, dann kann der Kandidat aus allen anderen Spalten der gefundenen Zeilen gestrichen werden.

Der X-Wing (oder 2-fish)



Ein X-Wing ist ein reduzierter Swordfish, der nicht drei, sondern nur zwei Zeilen und Spalten belegt.

Obwohl die Bezeichnung von den X-Wings aus *Krieg der Sterne* stammt, handelt es sich dennoch um einen Fisch, weil er auf dem gleichen Prinzip beruht wie Swordfish und Jellyfish:

Wenn es 2 Zeilen gibt, in denen 1 Kandidat auf maximal 2 Spalten verteilt ist, aber in jeder der 2 Zeilen vorkommt, dann kann der Kandidat aus allen anderen Zeilen der gefundenen Spalten gestrichen werden.

Beispiel: Der Kandidat 5 bildet in den Zeilen 2 und 5 einen X-Wing. Die Spalten sind e und h. Also kann die 5 aus allen anderen Feldern der zwei Spalten gelöscht werden.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	5	4	1	7	2	9	6	3	5
2	7	6	9	1	5	3	4	5	2
3	5	3	2	6	4	5	7	1	9
4	4	3	9	5	1	7	5	6	2
5	6	7	1	5	4	9	5	3	2
6	1	9	5	3	7	6	2	4	8
7	2	1	4	5	6	7	3	9	8
8	3	7	6	2	9	5	4	1	8
9	9	5	8	4	3	1	2	6	7

→

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	5	4	1	7	2	9	6	3	5
2	7	6	9	1	3	4	5	2	8
3	5	3	2	6	4	5	7	1	9
4	4	3	9	5	1	7	5	6	2
5	6	7	1	4	9	5	3	2	8
6	1	9	5	3	7	6	2	4	8
7	2	1	4	5	6	7	3	9	8
8	3	7	6	2	9	5	4	1	8
9	9	5	8	4	3	1	2	6	7

Variante 2 funktioniert auch hier wie Variante 1 mit Spalten und Zeilen vertauscht. Sie lautet also:

Wenn es 2 Spalten gibt, in denen 1 Kandidat auf maximal 2 Zeilen verteilt ist, aber in jeder der 2 Spalten vorkommt, dann kann der Kandidat aus allen anderen Spalten der gefundenen Zeilen gestrichen werden.

Die Backtracking-Methode

Wenn man gar nicht mehr weiterkommt, muss man probieren. Man sucht sich dazu normalerweise ein Kästchen aus, das nur noch zwei Zahlen als Kandidaten zur Auswahl hat, und entscheidet sich per Münzwurf oder Intuition für eine davon.

Wenn man Glück hat, kann man das Sudoku damit lösen, oder man kommt zumindest an einen Punkt, an dem sich ein Widerspruch, also ein regelwidriges Sudoku ergibt, z. B. das mehrfache Auftreten einer Zahl in einer Zeile. Dann ist bewiesen, dass die Entscheidung falsch war, und dass die andere Zahl richtig wäre. Man muss dann zurück zu diesem Zustand, und dafür ist es sinnvoll, sich vor der Entscheidung eine Kopie des Sudokus zu machen, die ein späteres Backtracking ermöglicht.

Hat man hingegen Pech, dann führt die Entscheidung wiederum zu einem Totpunkt. Von diesem aus muss man dann wieder eine Entscheidung treffen und gerät so in ein mehrstufiges Backtracking. Dann hat man kaum eine Chance, den Überblick zu behalten. Ein Computer hingegen kann mithilfe der Backtracking-Methode jedes Sudoku in Sekundenschnelle lösen.

Aber eigentlich ist das keine saubere Lösung und Backtracking ist deshalb verpönt.

Elegante Methode: Scannen

Besonders cool ist man, wenn man ein Sudoku ohne die pedantische Kandidatenschreibweise lösen, und das Ergebnis direkt mit dem Kugelschreiber eintragen kann.

Die Methoden hierzu sind: Basismethode, Scannen, Auszählen und Zweier-Kombination.

Die Basismethode wurde schon beschrieben, hier kommt die Vorgehensweise beim Scannen:

Jedes Haus (z. B. Block, Spalte, Zeile) wird nach allen Zahlen gescannt, die in dem Haus noch nicht vorkommen. Für jede dieser Zahlen wird für jedes freie Feld des Hauses geprüft, ob man sie in dieses Feld eintragen kann, oder ob sie bereits in einem anderen Haus des Feldes vorkommt. Findet man für eine Zahl nicht mehrere Felder, sondern nur ein einziges, dann kann man sie dort zuweisen.

Beispiel 1: Der rot umrandete Block oben links soll gescannt werden. Da die 1, 2, 3 und 8 schon eingetragen sind, scannt man die freien Felder des Blocks nach den Zahlen 4, 5, 6, 7 und 9:
Die 4 könnte man an verschiedenen Stellen eintragen (c1, b2 oder c2).
Auch für die 5, 6 und 7 gibt es jeweils mindestens zwei mögliche Eintrags-Stellen.
Aber die 9 kann man nur an einer Stelle (b2) eintragen, weil Spalte c und Zeile 3 blockiert sind:

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	2	1	8	7	6	3	9		
2	8		1	3	2	5	7		
3	3	2	9	4					
4		9	5		7	6			
5	1	7	8	6	9	2	3	4	5
6	6		3	7	1	9			
7	6	1	3	5	8				
8	5		2	9					
9	8	2	9	6	5	3			

⇒

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	2	1	8	7	6	3	9		
2	8	9	1	3	2	5	7		
3	3	2	9	4					
4		9	5		7	6			
5	1	7	8	6	9	2	3	4	5
6	6		3	7	1	9			
7	6	1	3	5	8				
8	5		2	9					
9	8	2	9	6	5	3			

Beispiel 2: Die rot umrandete Zeile 1 soll gescannt werden. Da die 2, 3, 4, 7 und 9 schon eingetragen sind, scannt man die freien Felder der Zeile nach den Zahlen 1, 5, 6 und 8:
Die 1 könnte man an allen freien Stellen eintragen.
Aber die 5 kann man nur an einer Stelle (f1) eintragen, weil die Spalten a, d und e blockiert sind:

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1		9	4			7	2	3	
2	3		7		6	9			
3			3	9	4	8			
4		3				5			
5	2	1	5	9	8	3			
6		6	3	5		4	2		
7	5							1	
8			6	3					
9		7	5		2				

⇒

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1		9	4		5	7	2	3	
2	3		7		6	9			
3			3	9	4	8			
4		3				5			
5	2	1	5	9	8	3			
6		6	3	5		4	2		
7	5							1	
8			6	3					
9		7	5		2				

Elegante Methode: Auszählen

Jedes freie Feld wird der Reihe nach ausgezählt. Dabei wird für jede Zahl 1-9 geprüft, ob man sie in dieses Feld eintragen kann, oder ob sie bereits in einem Haus des Feldes vorkommt.

Findet man für ein Feld nicht mehrere Zahlen, sondern nur eine einzige, dann kann man sie dort zuweisen.

Beispiel: Als Erstes wird Feld **a3** ausgezählt:

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	2	1	4	8	5	7	6	3	9
2	8	9	6	1	4	3	2	5	7
3	3		2	6	9	4			
4	3	9	5			7	6		
5	1	7	8	6	9	2	3	4	5
6	6		5	3	7		1	9	
7		6	1		3	5	8		
8		5			2		9		
9		8	2	9	6	5			3

Die 1, 2, 3, 4, 6, 8 und 9 kann man nicht eintragen, weil sie im selben Block vorkommen, aber die 5 und 7 könnte man beide eintragen.

Das sind aber **zwei** mögliche Zahlen, und somit ist das Auszählen für dieses Feld gescheitert.

Als Nächstes wird das Feld **c3** ausgezählt:

Die 1, 2, 3, 4, 6, 8 und 9 kann man auch hier nicht eintragen, weil sie im selben Block vorkommen, aber hier kann man auch die 5 nicht eintragen, weil sie in derselben Spalte vorkommt. Es kann also nur die 7 als **einzige** mögliche Zahl eingetragen werden.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	2	1	4	8	5	7	6	3	9
2	8	9	6	1	4	3	2	5	7
3	3		7	2	6	9	4		
4	3	9	5			7	6		
5	1	7	8	6	9	2	3	4	5
6	6		5	3	7		1	9	
7		6	1		3	5	8		
8		5			2		9		
9		8	2	9	6	5			3

Das Auszählen dieses Feldes war somit erfolgreich.

Elegante Methode: Zweier-Kombination

Wenn in einem Haus nur 2 Felder frei sind, dann sind es genau zwei mögliche Zahlen.

Wenn diese beide in demselben zweiten Haus liegen, dann liegen sie in genau zwei dritten Häusern.

Jetzt sucht man von dem einen dieser beiden dritten Häuser alle freien Felder ab, die nicht im zweiten Haus liegen. Ist eine der beiden möglichen Zahlen in allen diesen Feldern verboten, dann kann man sie in das freie Feld des ersten Hauses, das in diesem dritten Haus liegt, eintragen. Dasselbe macht man mit dem anderen der beiden dritten Häuser.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1				5	9	7	1	4	
2				7	4				
3	7	9	4		1	2	5	8	
4	5	2	8				1	6	9
5	6	7	3	9	2	1	8	4	5
6	1	4	9				2	3	7
7	8	7	9				4	5	
8	9						6	7	1
9	4								8

Beispiel: In **Spalte a** sind nur 2 Felder frei, mit den möglichen Zahlen **2** und **3**. Die fraglichen Felder liegen beide im selben **Block** (links oben), deshalb liegen sie in zwei verschiedenen **Zeilen**.

Jetzt sucht man alle leeren Felder der Zeile 1 ab, die nicht im Block liegen. Das ist nur ein Feld (d1). Dort ist die 2 verboten wegen einer 2 im selben Block (bei f3).

In b1 und c1 ist die 2 auch verboten, weil sie ja entweder in a1 oder a2 stehen muss und somit im Block bereits vorkommt. Also ist die 2 in der gesamten 1. Zeile verboten außer im fraglichen Feld **a1**.

Folge: Die 2 kann in das Feld a1 eingetragen werden.

Im Internet ausprobieren

Es gibt Programme zum Lösen von Sudokus. Diese arbeiten aber meist nach dem Backtracking-Prinzip, liefern also nur die Lösung und nicht den Lösungsweg.

Deshalb habe ich unter <http://www.joerg-buchwitz.de/sudoku> eine Seite angelegt, mit der man sich den Lösungsweg für ein beliebiges Sudoku anzeigen lassen kann.

Wenn man selbst nicht mehr weiterkommt, kann man den letzten Zustand in das Formular eingeben und sich die Lösung erläutern lassen.

Die Eingabe erfolgt einfach als Zahlen-Block (9 Zeilen à 9 Ziffern), wobei leere Felder durch eine 0 oder durch ein Leerzeichen zu ersetzen sind.

Beispiel: Ein solches Sudoku ...

			5	9	7	1	4	
			7	4				
7	9	4	1	2	5	8		
5	2	8			1	6	9	
6	7	3	9	2	1	8	4	5
1	4	9			2	3	7	
8	7	9			4	5		
9					6	7	1	
4								8

müsste man so eingeben ...

Sudoku hier eingeben:	Optionen:
000059714 000074000 794012580 528000169 673921845 149000237 807090450 900000671 400000008	<input type="checkbox"/> Ausgabe ohne Bilder <input type="checkbox"/> Abbruch nach 3 Schritten <input type="checkbox"/> Auszählen nicht benutzen <input type="checkbox"/> Scannen nicht benutzen <input type="checkbox"/> Kombination (Zweier) nicht benutzen <input type="checkbox"/> Kandidaten-Methoden nicht benutzen
	<input type="button" value="Lösungsweg"/>

... und dann auf [Lösungsweg] klicken.

Wenn man nicht gleich die ganze Lösung haben will, sondern nur eine Anregung für die nächsten Schritte, kann man [Abbruch nach 3 Schritten] anhaken. Es gibt auch einen Link zu einigen Beispiel-Sudokus zum Ausprobieren. Viel Spaß!